

الاسم:
الرقم: مسابقة في مادة الرياضياتإرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).**I- (6 points)**

Dans un pays, le nombre de personnes y_i infectées mensuellement par le coronavirus COVID-19 de mars 2020 à août 2020 et le rang du mois x_i sont donnés dans le tableau suivant :

Année 2020	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août
Rang du mois: x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de personnes infectées: y_i	200	250	504	555	942	1047

- Déterminer le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$.
- Trouver le coefficient de corrélation r et interpréter le résultat obtenu.
- Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en fonction de x .
- Supposons que le modèle précédent reste valable jusqu'à la fin de l'année 2020.
 - Estimer le nombre de personnes qui seront infectées par le COVID-19 dans ce pays en novembre 2020.
- Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de personnes infectées dans ce pays entre mai 2020 et juin 2020.

II- (6 points)

En 2010, le propriétaire d'une boutique avait 1000 clients. Chaque année, le nombre de clients de cette boutique diminue de 25% par rapport à l'année précédente et augmente de 400 nouveaux clients.

On désigne par U_n le nombre de clients en $(2010 + n)$, $n \in \mathbb{N}$.

Ainsi $U_0 = 1000$.

- Vérifier que $U_1 = 1150$.
- Justifier que $U_{n+1} = 0,75U_n + 400$ pour tout n .
- Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n - 1600$ pour tout n .
 - Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
Calculer son premier terme V_0 .
 - Vérifier que $U_n = 1600 - 600(0,75)^n$ pour tout n .
- Trouver le nombre de clients de la boutique en 2019.
- Le but du propriétaire de la boutique est d'avoir plus que 1700 clients par an. Son but peut-il être réalisé? Justifier.

III- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $]-\infty, +\infty[$ par $f(x) = (2x + 2)e^{-x+1} + 1$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et calculer $f(-1,25)$.
- a- Montrer que la droite (d) d'équation $y = 1$ est asymptote à (C) .
b- Déterminer les coordonnées du point A , intersection de (C) et (d) .
- Vérifier que $f'(x) = -2xe^{-x+1}$ puis dresser le tableau de variations de f .
- a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une racine unique α .
b- Vérifier que $-1,1 < \alpha < -1$.
- Tracer (d) et (C) .
- Soit g la fonction définie sur $]-\infty, +\infty[$ par $g(x) = e^{f(x)}$.
 - Vérifier que $g'(x)$ a le même signe que $f'(x)$ pour tout réel x .
 - Dresser le tableau de variations de g .